

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediția a III-a

ÎNVĂȚARE DE INITIERE[®]
sustinere, remediere



TESTE DE EVALUARE ÎNȚĂLĂ	5
---------------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

Lecția 1. Mulțimi de numere	8
Lecția 2. Axa numerelor reale. Aproximări, rotunjiri. Compararea numerelor reale	10
Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr real	12
Lecția 4. Intervale de numere reale. Operații cu intervale.....	15
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	18
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	19

CAPITOLUL II. REGULI DE CALCUL ÎN $\mathbb{R}$

Lecția 5. Adunarea și scăderea numerelor reale	21
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale	24
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale	26
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale.....	29
Lecția 9. Raționalizarea numitorilor.....	31
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	35
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	36

CAPITOLUL III. CALCULE CU NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE

Lecția 10. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	38
Lecția 11. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere	40
Lecția 12. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	43
Lecția 13. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	44
Lecția 14. Formule de calcul prescurtat	46
Lecția 15. Descompunerea în factori.....	49
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	52
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	54

CAPITOLUL IV. RAPOARTE DE NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE

Lecția 16. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere	56
Lecția 17. Amplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	58
Lecția 18. Simplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	60
Lecția 19. Adunarea și scăderea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	62
Lecția 20. Înmulțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	65
Lecția 21. Împărțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	67
Lecția 22. Puterea cu exponent natural a rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	69
Lecția 23. Operații cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.....	71
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	75
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	77

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PUNCTE, DREPTE, PLANE, CORPURI GEOMETRICE

Lecția 1. Determinarea dreptei. Determinarea planului	79
Lecția 2. Tetraedrul și piramida	82
Lecția 3. Prisma.....	85
Lecția 4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Relația de paralelism în spațiu.....	89
Lecția 5. Unghiul a două drepte în spațiu.....	91
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	94
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	95
<i>Aplicăm ce am învățat.....</i>	97

CAPITOLUL II. RELAȚII ÎNTRE PUNCTE, DREPTE ȘI PLANE

Lecția 6. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	98
Lecția 7. Dreapta perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	101
Lecția 8. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei.....	104
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	106
Lecția 9. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele	108
Lecția 10. Înălțimea prisme. Distanța dintre două plane paralele	110
Lecția 11. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate.....	113
Lecția 12. Trunchiul de piramidă regulată	115
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	118
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	120
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	122

CAPITOLUL III. PROIECȚII ORTOGONALE PE UN PLAN

Lecția 13. Proiecții ortogonale pe un plan.....	123
Lecția 14. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment	126
Lecția 15. Teorema celor trei perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă.....	128
Lecția 16. Unghiul plan corespunzător unui unghi diedru. Unghiul dintre două plane.....	131
Lecția 17. Plane perpendiculare	134
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	136
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	138
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	140

MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I

141

MODELE DE TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ

143

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

148

MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

Competențe specifice

- Identificarea în exemple, în exerciții sau în probleme a numerelor reale
- Alegerea formei de reprezentare a unui număr real
- Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers, parte întreagă, parte fracționară) în contexte variate
- Utilizarea în exerciții a definiției intervalelor de numere reale și reprezentarea acestora pe axa numerelor

Lecția 1. Mulțimi de numere



Ce trebuie să știm

În clasele anterioare au fost definite următoarele **mulțimi de numere**:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (mulțimea numerelor **naturale**);
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ (mulțimea numerelor **întregi**);
- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ (mulțimea numerelor **raționale**);
- $\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (mulțimea numerelor **iraționale**);
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ (mulțimea numerelor **reale**).

În plus, au fost definite mulțimile $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor naturale nenule), $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor întregi nenule), $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor raționale nenule) și $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor reale nenule).



Știm să răspundem?

Propoziția „ $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$.” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{4} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$; c) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{4} \in \mathbb{I}$; e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R}$.

Soluție: $\sqrt{4} = 2$, prin urmare:

- a) A; b) A; c) A; d) F; e) A.

2. Arătați că numărul:

- a) $\sqrt{0,48} \in \mathbb{I}$; b) $\sqrt{5,4} \in \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{25^7} \notin \mathbb{I}$.

Soluție:

a) $\sqrt{0,48} = \sqrt{\frac{48^{(4)}}{100}} = \sqrt{\frac{12}{25}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3}{5^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, dar $\sqrt{3} \in \mathbb{I}$, deci $\sqrt{0,48} \in \mathbb{I}$;

b) $\sqrt{5,(4)} = \sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 5 + 4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \sqrt{\frac{7^2}{3^2}} = \frac{7}{3}$, deci $\sqrt{5,(4)} \in \mathbb{Q}$.

c) $\sqrt{25^7} = \sqrt{(5^2)^7} = \sqrt{5^{14}} = \sqrt{(5^7)^2} = 5^7$, deci $\sqrt{25^7} \notin \mathbb{I}$.



Fixare * Însușirea cunoștințelor

- 1.** Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:
a) $\frac{39}{10} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{7}{2} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{14}{3} = \dots\dots\dots$; d) $\frac{5}{11} = \dots\dots\dots$; e) $\frac{5}{6} = \dots\dots\dots$; f) $\frac{49}{15} = \dots\dots\dots$.
- 2.** Transformați următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:
a) 10,8; b) 3,25; c) -0,(3); d) 1,(54); e) 0,2(7); f) 2,6(1).
- 3.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $8 \in \mathbb{N}$; ☐ b) $8 \in \mathbb{Z}$; ☐ c) $8 \in \mathbb{Q}$; ☐ d) $8 \in \mathbb{I}$; ☐ e) $8 \in \mathbb{R}$. ☐
- 4.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\frac{3}{2} \in \mathbb{N}$; ☐ b) $\frac{3}{2} \in \mathbb{Z}$; ☐ c) $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$; ☐ d) $\frac{3}{2} \in \mathbb{I}$; ☐ e) $\frac{3}{2} \in \mathbb{R}$. ☐
- 5.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $-\sqrt{9} \in \mathbb{N}$; b) $-\sqrt{9} \in \mathbb{Z}$; c) $-\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$; d) $-\sqrt{9} \in \mathbb{I}$; e) $-\sqrt{9} \in \mathbb{R}$.
- 6.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{0,(4)} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{0,(4)} \in \mathbb{Z}$; c) $\sqrt{0,(4)} \in \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{0,(4)} \in \mathbb{I}$; e) $\sqrt{0,(4)} \in \mathbb{R}$.
- 7.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$; ☐ b) $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$; ☐ c) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$; ☐ d) $\sqrt{2} \in \mathbb{I}$; ☐ e) $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$. ☐
- 8.** Considerăm numărul real $x = \frac{4}{5}$. Scrieți:
a) opusul lui x ; b) inversul lui x ; c) modulul lui x
- 9.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{28} \notin \mathbb{Q}$; ☐ b) $-\sqrt{12} \in \mathbb{I}$; ☐ c) $-\sqrt{20} \in \mathbb{Q}$; ☐ d) $\sqrt{45} \notin \mathbb{I}$. ☐
- 10.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\sqrt{1\frac{9}{16}} \in \mathbb{Q}$; ☐ b) $-\sqrt{3\frac{1}{8}} \notin \mathbb{I}$; ☐ c) $-\sqrt{2\frac{8}{9}} \in \mathbb{I}$; ☐ d) $\sqrt{1\frac{15}{49}} \notin \mathbb{Q}$. ☐
- 11.** Se consideră mulțimea:
$$E = \left\{ \sqrt{16}; -\frac{3}{4}; \sqrt{17}; -8; 1,5; \sqrt{0,49}; 2,1(3); \sqrt{\frac{36}{23}}; -\sqrt{\frac{50}{2}}; 13 \right\}.$$

Determinați mulțimile:

a) $A = \{x \in E \mid x \in \mathbb{N}\}$;

c) $C = \{x \in E \mid x \in \mathbb{Q}\}$;

b) $B = \{x \in E \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

d) $D = \{x \in E \mid x \in \mathbb{I}\}$.

12. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\sqrt{7^{34}} \in \mathbb{Q}$;

b) $\sqrt{2^{49}} \notin \mathbb{I}$;

c) $\sqrt{9^{25}} \in \mathbb{N}$;

d) $\sqrt{4^{31}} \in \mathbb{Z}$.

13. Determinați numerele naturale x pentru care:

a) $\frac{6}{x+1} \in \mathbb{N}$;

b) $\frac{15}{2x-3} \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{12}{4x-1} \in \mathbb{N}$;

d) $\frac{28}{3x-2} \in \mathbb{Z}$.



Aplicare * Exersare

14. Determinați numerele întregi x astfel încât:

a) $\frac{2x-5}{x-1} \in \mathbb{Z}$;

b) $\frac{2x-13}{x-4} \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{3x+8}{4x-1} \in \mathbb{N}$;

d) $\frac{3x+7}{2x+3} \in \mathbb{N}$.

15. Dacă $n \in \mathbb{N}$, arătați că:

a) $\sqrt{5^n+7} \notin \mathbb{Q}$;

b) $\sqrt{6^n+1} \in \mathbb{I}$;

c) $\sqrt{5^n+2} \in \mathbb{I}$;

d) $\sqrt{6^n+7} \notin \mathbb{Q}$.



Dezvoltare (Putem mai mult)

16. Fără a aplica algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, arătați că numărul $\sqrt{10000200001} \in \mathbb{N}$.

17. Dacă $a \neq 0$, arătați că:

a) $\sqrt{a01 \cdot a03 + 1} \in \mathbb{N}$;

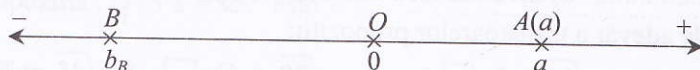
b) $\sqrt{a05 \cdot a09 + 4} \in \mathbb{N}$.

Lecția 2. Axa numerelor reale. Aproximări, rotunjiri. Compararea numerelor reale



Ce trebuie să știm

Axa numerelor reale este o dreaptă pe care am fixat un punct O , numit **origine**, un sens pozitiv, un sens negativ și o unitate de măsură.



Oricărui număr real a îi corespunde pe axa numerelor un punct A , notat $A(a)$ care se numește **imaginea** numărului real a și, reciproc: oricărui punct B de pe axa numerelor îi corespunde un număr real b , notat b_B care se numește **abscisa** punctului B .

Aproximarea zecimală prin lipsă până la zecimi, sutimi, miimi ș.a.m.d. a unui număr real este cel mai mare număr rațional, mai mic sau egal cu numărul respectiv care are la partea zecimală numai zecimi, sutimi, miimi ș.a.m.d.

Aproximarea zecimală prin adaos până la zecimi, sutimi, miimi ș.a.m.d. a unui număr real este cel mai mic număr rațional, mai mare sau egal cu numărul respectiv, care are la partea zecimală numai zecimi, sutimi, miimi ș.a.m.d.

Cifra de ordinul zecimilor, sutimilor, miimilor ș.a.m.d. la care se face rotunjirea unui număr real rămâne neschimbată dacă după ea urmează una din cifrele 0, 1, 2, 3 sau 4.

Cifra de ordinul zecimilor, sutimilor, miimilor ș.a.m.d. la care se face rotunjirea unui număr real se mărește cu o unitate dacă după ea urmează una din cifrele 5, 6, 7, 8 sau 9.

Compararea numerelor reale

Spunem că numărul real a este mai mare decât numărul real b dacă există numărul real pozitiv c astfel încât $a = b + c$.

OBSERVAȚII:

1. Oricare două numere reale a și b pot fi comparate, adică ele se găsesc în una dintre situațiile: $a > b$ sau $a = b$ sau $a < b$.

2. Orice număr real negativ este mai mic decât 0 și orice număr real pozitiv este mai mare decât 0.

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real

Partea întreagă a numărului real a , notată $[a]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu a .

Partea fracționară a numărului real a , notată $\{a\}$, se definește astfel: $\{a\} = a - [a]$.



Știm să răspundem?

Propoziția „Pe axa numerelor, imaginile a două fracții echivalente sunt două puncte identice.” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Aproximați cu o zecime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 2,56;

b) -5,38.

Soluție:

a) $2,5 < 2,56 < 2,6$;

b) $-5,4 < -5,38 < -5,3$.

2. Rotunjiți la a doua zecimală numerele:

a) 4,724;

b) -6,129.

Soluție:

a) 4,72;

b) -6,13.

3. Determinați partea întreagă și partea fracționară a numerelor:

a) 8,35;

b) -5,4.

Soluție:

a) $8 < 8,35 < 9$, deci $[8,35] = 8$; $\{8,35\} = 8,35 - [8,35] = 8,35 - 8 = 0,35$;

b) $-6 < -5,4 < -5$, deci $[-5,4] = -6$; $\{-5,4\} = -5,4 - [-5,4] = -5,4 - (-6) = -5,4 + 6 = 0,6$.



Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Aproximați cu o unitate prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 4,7; b) -5,6; c) $\sqrt{3}$

2. Aproximați cu o zecime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:
 a) 4,35; b) -2,83; c) $\sqrt{2}$
 3. Aproximați cu o sutime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:
 a) 1,238; b) -5,728; c) $\sqrt{3}$
 4. Rotunjiți la prima zecimală numerele:
 a) 0,46; b) -9,(4); c) $\sqrt{2}$
 5. Rotunjiți la a doua zecimală numerele:
 a) 4,172; b) -3,(78); c) $\sqrt{3}$
 6. Comparați numerele:
 a) 97,4 și 97,3; b) 4,27 și 4,28; c) -8,5 și -8,6;
 d) 10,26 și 10,2(5); e) 29,(56) și 29,5(6); f) -1,8(7) și -1,(87).



Aplicare * Exersare

7. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere reale:
 a) $\frac{11}{4}, \frac{21}{8}, \frac{17}{6}$; b) $4\sqrt{5}, 5\sqrt{3}, 6\sqrt{2}$; c) $3^{51}, 2^{68}, 5^{34}$; d) $-\frac{5}{7}, -\frac{4}{5}, -\frac{8}{9}$.
 8. Precizați cel mai mic și cel mai mare dintre următoarele numere reale:
 a) $\frac{3}{2}, \sqrt{2}, \frac{7}{5}$; b) $\frac{9}{5}, \sqrt{3}, \frac{7}{4}$; c) $\frac{9}{4}, \sqrt{5}, \frac{11}{5}$; d) $\frac{5}{2}, \sqrt{7}, \frac{12}{5}$.
 9. Determinați:
 a) [32,7]; b) [81,6]; c) [0,37]; d) [-4,5]; e) [-5,(2)]; f) [-1,(13)].
 10. Determinați:
 a) {10,6}; b) {24,3}; c) {5,58}; d) {-8,3}; e) {-2,8}; f) {-1,45}.



Dezvoltare (Putem mai mult)

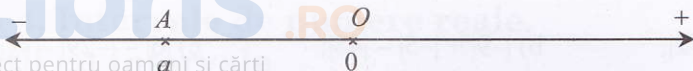
11. Determinați fracțiile zecimale de forma $\overline{xy(x)}$, $x \neq 0, y \neq 0$, care au rotunjirea la a treia zecimală egală cu $\overline{xyxy}$.
 12. Se consideră numărul $x = (3^0 + 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{14} - 3) : 10^2$. Aflați cifra zecimilor lui x , după rotunjirea la prima zecimală.

Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr real



Ce trebuie să știm

Definiție: Dacă punctul O este **originea** axei numerelor reale, iar numărul real a este **abscisa** punctului A , atunci distanța dintre punctele A și O se numește **modulul** (valoarea absolută) **numărului real** a și se notează $|a|$.



Proprietățile modului

- $|a| \geq 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- $|a| = 0$, dacă și numai dacă $a = 0$.
- $|-a| = |a|$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.
- $|a : b| = |a| : |b|$, $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$.
- $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a \geq 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0. \end{cases}$



Știm să răspundem?

Propoziția „Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $|a| = -a$, atunci $a < 0$.” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Calculați:

- a) $|-9| - |-35| + |4|$; b) $\left|\frac{7}{3}\right| + \left|-\frac{5}{3}\right|$; c) $|0,8(3) - 1| - |1,5|$.

Soluție:

a) $|-9| - |-35| + |4| = 9 - 35 + 4 = -22$; b) $\left|\frac{7}{3}\right| + \left|-\frac{5}{3}\right| = \frac{7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{12}{3} = 4$;

c) $|0,8(3) - 1| - |1,5| = \left|\frac{83-8}{90} - 1\right| - \left|\frac{15}{10}\right| = \left|\frac{75^{(15)}}{90} - 1\right| - \left|\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{5}{6} - 1\right| - \frac{3}{2} = \left|\frac{5}{6} - \frac{6}{6}\right| - \frac{3}{2} = \left|-\frac{1}{6}\right| - \frac{3}{2} = \frac{1}{6} - \frac{3}{2} = \frac{1}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$.

2. Calculați:

$|\sqrt{5} + 2\sqrt{10}| + |2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}| = \sqrt{5} + 2\sqrt{10} + [-(2\sqrt{10} - 3\sqrt{5})] = \sqrt{5} + 2\sqrt{10} - (2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}) = \sqrt{5} + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.



Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $|15\sqrt{2}| = 15\sqrt{2}$; ☐ b) $|-7\sqrt{3}| = -7\sqrt{3}$; ☐ c) $|-8\sqrt{5}| = 8\sqrt{5}$; ☐
d) $|12\sqrt{7}| = |-12\sqrt{7}|$; ☐ e) $|-9\sqrt{2}| = -|9\sqrt{2}|$; ☐ f) $|-5\sqrt{6}| = |-5\sqrt{6}|$; ☐

2. Calculați:

- a) $|-2| + |27| = \square\square\square$ b) $|-9| + |-8| = \square\square\square$ c) $|15| - |-6| = \square\square\square$
d) $|-18| - |35| = \square\square\square$ e) $|-23| + |-7| = \square\square\square$ f) $-|-9| - |43| = \square\square\square$

3. Calculați:

a) $|-8| - |31| + |-2|$;

b) $|-9| + |-5| - |48|$;

c) $|6| - |-29| - |-7|$;

d) $|-2| - |40| - |-5|$;

e) $|-4| + |-6| - |53|$;

f) $|-38| + |33| - |32|$.

4. Calculați:

a) $\left| 3 - \frac{5}{4} - \left| \frac{3}{8} - 1 \right| \right|$;

b) $\left| 1 + \frac{1}{6} - \left| \frac{7}{2} - 2 \right| \right|$;

c) $\left| 2 + \frac{1}{5} - \left| \frac{3}{4} - 3 \right| \right|$.

5. Calculați:

a) $|2 - 1, (3)| - |0,25|$;

b) $|0, (2) - 1| - |1,25|$;

c) $|-0,5| - |0, (6) - 2|$;

d) $|0,8(3) - 1| - |-1,25|$;

e) $|0,2(6) - 1| - |-0,36|$;

f) $|-0,75| - |1 - 0,2(7)|$.

6. Determinați mulțimile:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 3\} = \dots\dots\dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = \sqrt{2}\} = \dots\dots\dots$;

c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 0\} = \dots\dots\dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = -7\} = \dots\dots\dots$.

7. Calculați:

a) $|1,5 - \sqrt{2}|$;

b) $|\sqrt{3} - 1,7|$;

c) $|4 - \sqrt{17}|$;

d) $|5 - \sqrt{23}|$;

e) $|2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}|$;

f) $|4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}|$;

g) $|4\sqrt{3} - 5\sqrt{2}|$;

h) $|3\sqrt{7} - 5\sqrt{3}|$.

8. Calculați:

a) $|\sqrt{15} + 2\sqrt{2}| - \sqrt{15}$;

b) $\sqrt{11} + |\sqrt{11} - 2\sqrt{3}|$;

c) $|4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}| + 3\sqrt{3}$;

d) $|\sqrt{17} - 4\sqrt{5}| - |2\sqrt{5} - \sqrt{17}|$;

e) $|\sqrt{21} - 2\sqrt{5}| + |\sqrt{21} - 3\sqrt{5}|$.



Aplicare * Exersare

9. Calculați:

a) $125^{41} : (|5^{122} - 3^{183}| + (-27)^{61})$;

b) $(-25^{65}) : (121^{43} + |11^{86} - 5^{129}|)$.

10. Calculați:

a) $\left(\frac{1}{9^{19}} + \left| \frac{1}{3^{38}} - \frac{1}{2^{57}} \right| \right) : \left(-\frac{1}{8} \right)^{19}$;

b) $\left(\frac{1}{5^{51}} - \frac{1}{2^{119}} - \frac{1}{5^{51}} \right) : \left(\frac{1}{4} \right)^{60}$.



Dezvoltare (Putem mai mult)

11. Calculați $\left(\frac{1}{8^{35}} + \frac{1}{(-5)^{45}} + \frac{1}{4^{52}} + \left| \frac{1}{2^{105}} + \frac{1}{(-25)^{21}} \right| \right) : \frac{18}{5^{45}}$.

12. Se consideră numărul $a = 2^0 + 2^1 + 2^3 + \dots + 2^{2013}$. **Calculați** $|a - 2^{2014}|$.

Lectia 4. Intervale de numere reale.

Operații cu intervale



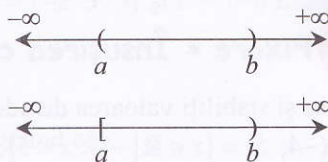
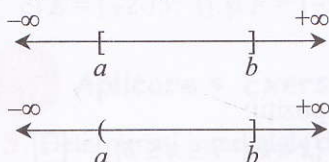
Ce trebuie să știm

Definiții:

Fie a și b două numere reale, cu $a < b$. Definim:

- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ (**interval închis** de extremități a și b);
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ (**interval deschis** de extremități a și b);
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ (**interval deschis la stânga și închis la dreapta** de extremități a și b);
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ (**interval închis la stânga și deschis la dreapta** de extremități a și b).

Intervalele de tipul: $[a; b]$, $(a; b)$, $(a; b]$, $[a; b)$ se numesc intervale **mărginite** și au ca reprezentare geometrică un segment ca în figurile următoare:

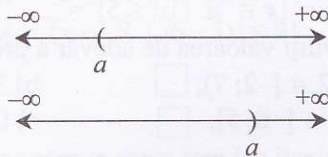
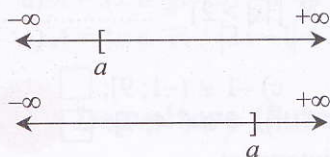


Definiții:

Fie a un număr real. Definim:

- $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ (interval **închis la stânga și nemărginit la dreapta**);
- $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ (interval **deschis la stânga și nemărginit la dreapta**);
- $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ (interval **nemărginit la stânga și închis la dreapta**);
- $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ (interval **nemărginit la stânga și deschis la dreapta**).

Intervalele de tipul: $[a; +\infty)$, $(a; +\infty)$, $(-\infty; a]$, $(-\infty; a)$ se numesc intervale **nemărginite** și au ca reprezentare geometrică o semidreaptă ca în figurile următoare:



Conform definiției modulului, pentru $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, avem:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a];$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < a\} = (-a; a);$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty);$
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; +\infty).$

Operații cu intervale

Deoarece intervalele de numere reale sunt **mulțimi** de numere reale înseamnă că se poate defini **reuniunea**, **intersecția** și **diferența** acestora.



Știm să răspundem?

Propoziția „Orice interval mărginit de numere reale este o mulțime infinită de numere.” este