Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediţia a III-a

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Cuprins

GEOMETRIE

Capitolul I. Puncte, drepte, plane, corpuri geometrice

Capitolul II. Relații între puncte, drepte și plane

Capitolul III. Proiecții ortogonale pe un plan

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

Competențe specifice

- Identificarea în exemple, în exerciții sau în probleme a numerelor reale
- Alegerea formei de reprezentare a unui număr real
- Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers, parte întreagă, parte fracționară) în contexte variate
- Utilizarea în exerciții a definiției intervalelor de numere reale și reprezentarea acestora pe axa numerelor

Lecția 1. Mulțimi de numere

Ce trebuie să știm

În clasele anterioare au fost definite următoarele **mulțimi de numere**:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$ (mulțimea numerelor **naturale**);
- $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$(mulțimea numerelor **întregi**);
- $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \middle| a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$ (mulțimea numerelor **raționale**);
- $\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (mulțimea numerelor **iraționale**);
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ (mulțimea numerelor **reale**).

În plus, au fost definite mulțimile $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor naturale nenule), $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor întregi nenule), $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor raționale nenule) și $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor reale nenule).

Știm să răspundem?

Propoziția „$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$." este ....

Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\sqrt{4} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$; c) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{4} \in \mathbb{I}$; e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R}$.

Soluție: $\sqrt{4} = 2$, prin urmare:

a) A; b) A; c) A; d) F; e) A.

2. Arătați că numărul:

a) $\sqrt{0{,}48} \in \mathbb{I}$; b) $\sqrt{5{,}(4)} \in \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{25^7} \notin \mathbb{I}$.

Soluție:

a) $\sqrt{0,48}=\sqrt{\frac{48^{(4}}{100}}=\sqrt{\frac{12}{25}}=\sqrt{\frac{2^2\cdot 3}{5^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$, dar $\sqrt{3}\in\mathbb{I}$, deci $\sqrt{0,48}\in\mathbb{I}$;

b) $\sqrt{5,(4)}=\sqrt{5\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{9\cdot 5+4}{9}}=\sqrt{\frac{49}{9}}=\sqrt{\frac{7^2}{3^2}}=\frac{7}{3}$, deci $\sqrt{5,(4)}\in\mathbb{Q}$.

c) $\sqrt{25^7}=\sqrt{(5^2)^7}=\sqrt{5^{7\cdot 2}}=\sqrt{(5^7)^2}=5^7$, deci $\sqrt{25^7}\notin\mathbb{I}$.

Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{39}{10}=$ ......; b) $\frac{7}{2}=$ ......; c) $\frac{14}{3}=$.......; d) $\frac{5}{11}=$......; e) $\frac{5}{6}=$ ....; f) $\frac{49}{15}=$ ....

2. Transformați următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:

a) 10,8; b) 3,25; c) –0,(3); d) 1,(54); e) 0,2(7); f) 2,6(1).

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $8\in\mathbb{N}$; □ b) $8\in\mathbb{Z}$; □ c) $8\in\mathbb{Q}$; □ d) $8\in\mathbb{I}$; □ e) $8\in\mathbb{R}$. □

4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\frac{3}{2}\in\mathbb{N}$; □ b) $\frac{3}{2}\in\mathbb{Z}$; □ c) $\frac{3}{2}\in\mathbb{Q}$; □ d) $\frac{3}{2}\in\mathbb{I}$; □ e) $\frac{3}{2}\in\mathbb{R}$. □

5. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-\sqrt{9}\in\mathbb{N}$; b) $-\sqrt{9}\in\mathbb{Z}$; c) $-\sqrt{9}\in\mathbb{Q}$; d) $-\sqrt{9}\in\mathbb{I}$; e) $-\sqrt{9}\in\mathbb{R}$.

6. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\sqrt{0,(4)}\in\mathbb{N}$; b) $\sqrt{0,(4)}\in\mathbb{Z}$; c) $\sqrt{0,(4)}\in\mathbb{Q}$; d) $\sqrt{0,(4)}\in\mathbb{I}$; e) $\sqrt{0,(4)}\in\mathbb{R}$.

7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\sqrt{2}\in\mathbb{N}$; □ b) $\sqrt{2}\in\mathbb{Z}$; □ c) $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$; □ d) $\sqrt{2}\in\mathbb{I}$; □ e) $\sqrt{2}\in\mathbb{R}$. □

8. Considerăm numărul real $x=\frac{4}{5}$. Scrieți:

a) opusul lui x ....; b) inversul lui x ....; c) modulul lui x ....

9. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\sqrt{28}\notin\mathbb{Q}$; □ b) $-\sqrt{12}\in\mathbb{I}$; □ c) $-\sqrt{20}\in\mathbb{Q}$; □ d) $\sqrt{45}\notin\mathbb{I}$. □

10. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\sqrt{1\frac{9}{16}}\in\mathbb{Q}$; □ b) $-\sqrt{3\frac{1}{8}}\notin\mathbb{I}$; □ c) $-\sqrt{2\frac{8}{9}}\in\mathbb{I}$; □ d) $\sqrt{1\frac{15}{49}}\notin\mathbb{Q}$. □

11. Se consideră mulțimea:

$$E=\left\{\sqrt{16};-\frac{3}{4};\sqrt{17};-8;1,5;\sqrt{0,49};2,1(3);\sqrt{\frac{36}{23}};-\sqrt{\frac{50}{2}};13\right\}.$$

Determinați mulțimile:

a) $A = \{x \in E \mid x \in \mathbb{N}\}$; b) $B = \{x \in E \mid x \in \mathbb{Z}\}$;

c) $C = \{x \in E \mid x \in \mathbb{Q}\}$; d) $D = \{x \in E \mid x \in \mathbb{I}\}$.

12. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\sqrt{7^{34}} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{2^{49}} \notin \mathbb{I}$; c) $\sqrt{9^{25}} \in \mathbb{N}$; d) $\sqrt{4^{31}} \in \mathbb{Z}$.

13. Determinați numerele naturale x pentru care:

a) $\dfrac{6}{x+1} \in \mathbb{N}$; b) $\dfrac{15}{2x-3} \in \mathbb{Z}$; c) $\dfrac{12}{4x-1} \in \mathbb{N}$; d) $\dfrac{28}{3x-2} \in \mathbb{Z}$.

Aplicare * Exersare

14. Determinați numerele întregi x astfel încât:

a) $\dfrac{2x-5}{x-1} \in \mathbb{Z}$; b) $\dfrac{2x-13}{x-4} \in \mathbb{Z}$; c) $\dfrac{3x+8}{4x-1} \in \mathbb{N}$; d) $\dfrac{3x+7}{2x+3} \in \mathbb{N}$.

15. Dacă $n \in \mathbb{N}$, arătați că:

a) $\sqrt{5^n+7} \notin \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{6^n+1} \in \mathbb{I}$; c) $\sqrt{5^n+2} \in \mathbb{I}$; d) $\sqrt{6^n+7} \notin \mathbb{Q}$.

Dezvoltare (Putem mai mult)

16. Fără a aplica algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, arătați că numărul $\sqrt{10000200001} \in \mathbb{N}$.

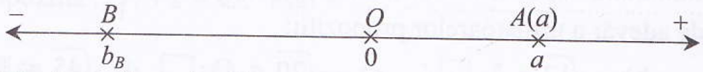
17. Dacă $a \neq 0$, arătați că:

a) $\sqrt{\overline{a01} \cdot \overline{a03} + 1} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{\overline{a05} \cdot \overline{a09} + 4} \in \mathbb{N}$.

Lecția 2. Axa numerelor reale. Aproximări, rotunjiri. Compararea numerelor reale

Ce trebuie să știm

Axa numerelor reale este o **dreaptă** pe care am fixat un punct O, numit **origine**, un **sens pozitiv**, un **sens negativ** și o **unitate de măsură**.



Oricărui număr real a îi corespunde pe axa numerelor un punct A, notat $A(a)$ care se numește **imaginea** numărului real a și, reciproc: oricărui punct B de pe axa numerelor îi corespunde un număr real b, notat b_B care se numește **abscisa** punctului B.

Aproximarea zecimală prin lipsă până la zecimi, sutimi, miimi ş.a.m.d. a unui număr real este cel mai mare număr rațional, mai mic sau egal cu numărul respectiv care are la partea zecimală numai zecimi, sutimi, miimi ş.a.m.d.

Aproximarea zecimală prin adaos până la zecimi, sutimi, miimi ş.a.m.d a unui număr real este cel mai mic număr rațional, mai mare sau egal cu numărul respectiv, care are la partea zecimală numai zecimi, sutimi, miimi ş.a.m.d.

Cifra de ordinul zecimilor, sutimilor, miimilor ş.a.m.d. la care se face **rotunjirea** unui număr real rămâne neschimbată dacă după ea urmează una din cifrele 0, 1, 2, 3 sau 4.

Cifra de ordinul zecimilor, sutimilor, miimilor ş.a.m.d. la care se face **rotunjirea** unui număr real se măreşte cu o unitate dacă după ea urmează una din cifrele 5, 6, 7, 8 sau 9.

Compararea numerelor reale

Spunem că numărul real a este mai mare decât numărul real b dacă există numărul real pozitiv c astfel încât $a = b + c$.

OBSERVAŢII:

1. Oricare două numere reale a şi b pot fi comparate, adică ele se găsesc în una dintre situaţiile: $a > b$ sau $a = b$ sau $a < b$.

2. Orice număr real negativ este mai mic decât 0 şi orice număr real pozitiv este mai mare decât 0.

Partea întreagă şi partea fracţionară a unui număr real

Partea întreagă a numărului real a, notată $[a]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu a.

Partea fracţionară a numărului real a, notată $\{a\}$, se defineşte astfel: $\{a\} = a - [a]$.

Ştim să răspundem?

Propoziţia „Pe axa numerelor, imaginile a două fracţii echivalente sunt două puncte identice." este ....

Înţelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Aproximaţi cu o zecime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 2,56; b) –5,38.

Soluţie:

a) $2{,}5 < 2{,}56 < 2{,}6$; b) $-5{,}4 < -5{,}38 < -5{,}3$.

2. Rotunjiţi la a doua zecimală numerele:

a) 4,724; b) –6,129.

Soluţie:

a) 4,72; b) –6,13.

3. Determinaţi partea întreagă şi partea fracţionară a numerelor:

a) 8,35; b) –5,4.

Soluţie:

a) $8 < 8{,}35 < 9$, deci $[8{,}35] = 8$; $\{8{,}35\} = 8{,}35 - [8{,}35] = 8{,}35 - 8 = 0{,}35$;

b) $-6 < -5{,}4 < -5$, deci $[-5{,}4] = -6$; $\{-5{,}4\} = -5{,}4 - [-5{,}4] = -5{,}4 - (-6) = -5{,}4 + 6 = 0{,}6$.

Fixare * Însuşirea cunoştinţelor

1. Aproximaţi cu o unitate prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 4,7 ....; b) –5,6 ....; c) $\sqrt{3}$ ....

2. Aproximați cu o zecime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 4,35 ....; b) –2,83 ....; c) $\sqrt{2}$ ....

3. Aproximați cu o sutime prin lipsă, respectiv prin adaos numerele:

a) 1,238 ....; b) –5,728 ....; c) $\sqrt{3}$ ....

4. Rotunjiți la prima zecimală numerele:

a) 0,46 ....; b) –9,(4) ....; c) $\sqrt{2}$ ....

5. Rotunjiți la a doua zecimală numerele:

a) 4,172 ....; b) –3,(78) ....; c) $\sqrt{3}$ ....

6. Comparați numerele:

a) 97,4 și 97,3; b) 4,27 și 4,28; c) –8,5 și –8,6;
d) 10,26 și 10,2(5); e) 29,(56) și 29,5(6); f) –1,8(7) și –1,(87).

Aplicare * Exersare

7. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere reale:

a) $\frac{11}{4}, \frac{21}{8}, \frac{17}{6}$; b) $4\sqrt{5}, 5\sqrt{3}, 6\sqrt{2}$; c) $3^{51}, 2^{68}, 5^{34}$; d) $-\frac{5}{7}, -\frac{4}{5}, -\frac{8}{9}$.

8. Precizați cel mai mic și cel mai mare dintre următoarele numere reale:

a) $\frac{3}{2}, \sqrt{2}, \frac{7}{5}$; b) $\frac{9}{5}, \sqrt{3}, \frac{7}{4}$; c) $\frac{9}{4}, \sqrt{5}, \frac{11}{5}$; d) $\frac{5}{2}, \sqrt{7}, \frac{12}{5}$.

9. Determinați:

a) [32,7]; b) [81,6]; c) [0,37]; d) [–4,5]; e) [–5,(2)]; f) [–1,(13)].

10. Determinați:

a) {10,6}; b) {24,3}; c) {5,58}; d) {–8,3}; e) {–2,8}; f) {–1,45}.

Dezvoltare (Putem mai mult)

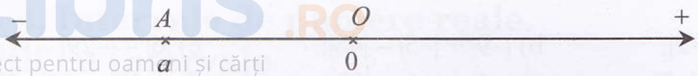
11. Determinați fracțiile zecimale de forma $\overline{x,y(x)}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, care au rotunjirea la a treia zecimală egală cu $\overline{x,yxy}$.

12. Se consideră numărul $x = (3^0 + 3^2 + 3^4 + \ldots + 3^{14} - 3) : 10^2$. Aflați cifra zecimilor lui x, după rotunjirea la prima zecimală.

Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr real

Ce trebuie să știm

Definiție: Dacă punctul O este **originea** axei numerelor reale, iar numărul real a este **abscisa** punctului A, atunci distanța dintre punctele A și O se numește **modulul** (valoarea absolută) **numărului real** a și se notează $|a|$.



Proprietățile modulului

1. $|a| \geq 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$. 2. $|a| = 0$, dacă și numai dacă $a = 0$.

3. $|-a| = |a|$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$. 4. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, oricare ar fi $a,\ b \in \mathbb{R}$.

5. $|a : b| = |a| : |b|$, $a,\ b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$. 6. $|a| = \begin{cases} a, \text{ dacă } a \geq 0 \\ -a, \text{ dacă } a < 0. \end{cases}$

Știm să răspundem?

Propoziția „Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $|a| = -a$, atunci $a < 0$." este ....

Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Calculați:

a) $|-9| - |-35| + |4|$; b) $\left|\frac{7}{3}\right| + \left|-\frac{5}{3}\right|$; c) $|0{,}8(3) - 1| - |1{,}5|$.

Soluție:

a) $|-9| - |-35| + |4| = 9 - 35 + 4 = -22$; b) $\left|\frac{7}{3}\right| + \left|-\frac{5}{3}\right| = \frac{7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{12}{3} = 4$;

c) $|0{,}8(3) - 1| - |1{,}5| = \left|\frac{83-8}{90} - 1\right| - \left|\frac{15}{10}\right| = \left|\frac{75^{(15}}{90} - 1\right| - \left|\frac{3}{2}\right| = \left|\frac{5}{6} - {}^{6)}1\right| - \frac{3}{2} =$

$= \left|\frac{5}{6} - \frac{6}{6}\right| - \frac{3}{2} = \left|-\frac{1}{6}\right| - \frac{3}{2} = \frac{1}{6} - \frac{{}^{3)}3}{2} = \frac{1}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{8^{(2}}{6} = -\frac{4}{3}$.

2. Calculați:

$\left|\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right| + \left|2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}\right| = \sqrt{5} + 2\sqrt{10} + \left[-(2\sqrt{10} - 3\sqrt{5})\right] =$

$= \sqrt{5} + 2\sqrt{10} - (2\sqrt{10} - 3\sqrt{5}) = \sqrt{5} + 2\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\left|15\sqrt{2}\right| = 15\sqrt{2}$; ☐ b) $\left|-7\sqrt{3}\right| = -7\sqrt{3}$; ☐ c) $\left|-8\sqrt{5}\right| = 8\sqrt{5}$; ☐

d) $\left|12\sqrt{7}\right| = \left|-12\sqrt{7}\right|$; ☐ e) $\left|-9\sqrt{2}\right| = -\left|9\sqrt{2}\right|$; ☐ f) $-\left|5\sqrt{6}\right| = \left|-5\sqrt{6}\right|$. ☐

2. Calculați:

a) $|-2| + |27| =$ ☐☐☐ b) $|-9| + |-8| =$ ☐☐☐ c) $|15| - |-6| =$ ☐☐☐

d) $|-18| - |35| =$ ☐☐☐ e) $-|23| + |-7| =$ ☐☐☐ f) $-|-9| - |43| =$ ☐☐☐

3. Calculați:

a) $|-8|-|31|+|-2|$; b) $|-9|+|-5|-|48|$; c) $|6|-|-29|-|-7|$;
d) $-|-2|-|40|-|-5|$; e) $|-4|+|-6|-|53|$; f) $-|-38|+|33|-|32|$.

4. Calculați:

a) $\left|3-\frac{5}{4}\right|-\left|\frac{3}{8}-1\right|$; b) $\left|1+\frac{1}{6}\right|-\left|\frac{7}{2}-2\right|$; c) $\left|2+\frac{1}{5}\right|-\left|\frac{3}{4}-3\right|$.

5. Calculați:

a) $|2-1,(3)|-|0,25|$; b) $|0,(2)-1|-|1,25|$; c) $|-0,5|-|0,(6)-2|$;
d) $|0,8(3)-1|-|-1,25|$; e) $|0,2(6)-1|-|-0,36|$; f) $|-0,75|-|1-0,2(7)|$.

6. Determinați mulțimile:

a) $A=\{x\in\mathbb{R} \mid |x|=3\}=$ ....; b) $B=\{x\in\mathbb{R} \mid |x|=\sqrt{2}\}=$ ....;
c) $C=\{x\in\mathbb{R} \mid |x|=0\}=$ ....; d) $D=\{x\in\mathbb{R} \mid |x|=-7\}=$ ....

7. Calculați:

a) $|1,5-\sqrt{2}|$; b) $|\sqrt{3}-1,7|$; c) $|4-\sqrt{17}|$; d) $|5-\sqrt{23}|$;
e) $|2\sqrt{7}-3\sqrt{3}|$; f) $|4\sqrt{3}-3\sqrt{5}|$; g) $|4\sqrt{3}-5\sqrt{2}|$; h) $|3\sqrt{7}-5\sqrt{3}|$.

8. Calculați:

a) $|\sqrt{15}+2\sqrt{2}|-\sqrt{15}$; b) $\sqrt{11}+|\sqrt{11}-2\sqrt{3}|$; c) $|4\sqrt{2}-3\sqrt{3}|+3\sqrt{3}$;
d) $|\sqrt{17}-4\sqrt{5}|-|2\sqrt{5}-\sqrt{17}|$; e) $|\sqrt{21}-2\sqrt{5}|+|\sqrt{21}-3\sqrt{5}|$.

Aplicare * Exersare

9. Calculați:

a) $125^{41}:\left(|5^{122}-3^{183}|+(-27)^{61}\right)$; b) $(-25^{65}):\left(121^{43}+|11^{86}-5^{129}|\right)$.

10. Calculați:

a) $\left(\frac{1}{9^{19}}+\left|\frac{1}{3^{38}}-\frac{1}{2^{57}}\right|\right):\left(-\frac{1}{8}\right)^{19}$; b) $\left(\left|\frac{1}{5^{51}}-\frac{1}{2^{119}}\right|-\frac{1}{5^{51}}\right):\left(\frac{1}{4}\right)^{60}$.

Dezvoltare (Putem mai mult)

11. Calculați $\left(\left|\frac{1}{8^{35}}+\frac{1}{(-5)^{45}}\right|+\frac{1}{4^{52}}+\left|\frac{1}{2^{105}}+\frac{1}{(-25)^{21}}\right|\right):\frac{18}{5^{45}}$.

12. Se consideră numărul $a=2^0+2^1+2^3+\ldots+2^{2013}$. Calculați $|a-2^{2014}|$.

Lecţia 4. Intervale de numere reale. Operaţii cu intervale

Ce trebuie să ştim

Definiţii:

Fie a şi b două numere reale, cu $a < b$. Definim:

- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ (**interval închis** de extremităţi a şi b);
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ (**interval deschis** de extremităţi a şi b);
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ (**interval deschis la stânga şi închis la dreapta** de extremităţi a şi b);
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ (**interval închis la stânga şi deschis la dreapta** de extremităţi a şi b).

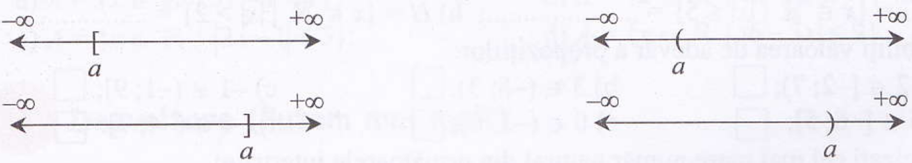
Intervalele de tipul: $[a; b]$, $(a; b)$, $(a; b]$, $[a; b)$ se numesc intervale **mărginite** şi au ca reprezentare geometrică un segment ca în figurile următoare:

Definiţii:

Fie a un număr real. Definim:

- $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ (interval **închis la stânga** şi **nemărginit la dreapta**);
- $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ (interval **deschis la stânga** şi **nemărginit la dreapta**);
- $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ (interval **nemărginit la stânga şi închis la dreapta**);
- $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ (interval **nemărginit la stânga** şi **deschis la dreapta**).

Intervalele de tipul: $[a; +\infty)$, $(a; +\infty)$, $(-\infty; a]$, $(-\infty; a)$ se numesc intervale **nemărginite** şi au ca reprezentare geometrică o semidreaptă ca în figurile următoare:



Conform definiţiei modulului, pentru $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, avem:

- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a]$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < a\} = (-a; a)$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$;
- $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| > a\} = (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$.

Operaţii cu intervale

Deoarece intervalele de numere reale sunt **mulţimi** de numere reale înseamnă că se poate defini **reuniunea**, **intersecţia** şi **diferenţa** acestora.

Ştim să răspundem?

Propoziţia „Orice interval mărginit de numere reale este o mulţime infinită de numere." este ....